

Exponentielle Prozesse

Aufgabe 1: Lineares und exponentielles Wachstum

In einer Flußniederung wird Kies ausgebagert. Ein anfangs 800 m^2 großer Teich vergrößert sich durch die Baggerarbeiten **jede Woche um 550 m^2** . Da der See später als Wassersportfläche genutzt werden soll, wird die Wasserqualität regelmäßig untersucht. Besonders genau wird eine Algenart beobachtet, die sich sehr schnell vermehrt. Die von den grünen Algen bedeckte Fläche ist zu Beginn der Baggerarbeiten 1 m^2 groß, sie **verdoppelt sich jede Woche**.

Ein Wissenschaftler behauptet: „Bald ist der ganze See grün!“ Bei den Beamten der Kommunalverwaltung erntet er nur ungläubiges Kopfschütteln. Wer hat Recht?

1.) Nach wie vielen Wochen ist die ganze Wasserfläche mit Algen bedeckt?

- Lege für die Zunahme der Wasserfläche und
- für die Zunahme der Algen eine Tabelle an.

2.) Stelle die Funktionen:

$f_1(x)$: Anzahl der Wochen \longrightarrow Größe des Baggersees

$f_2(x)$: Anzahl der Wochen \longrightarrow Größe der Algenfläche

im selben Koordinatensystem dar.

Wie lauten die **Funktionsvorschriften** für $f_1(x)$ und $f_2(x)$?

3.) Vergleiche die Tabellen und die Graphen:

Wie verändert sich die Fläche des Baggersees bzw. Die mit Algen bedeckte Fläche innerhalb von 3 Wochen (5; 7) Wochen?

4.) Wie groß ist die mit Algen bedeckte Fläche nach $\frac{1}{2}$ Woche, nach einem Tag, nach 3 Tagen?

Aufgabe 2: Prozentuale Wachstumsraten:

Eine Modellberechnung untersucht u.a. die voraussichtliche Entwicklung der Erdbevölkerung bis zum Jahr 2000. Danach wird die Erdbevölkerung (1980: 4,472 Mrd.) pro Jahr durchschnittlich um 1,8% zunehmen, wenn nicht unvorhergesehene Entwicklungen eintreten.

1.) Wie viele Menschen leben nach dieser Vorausberechnung voraussichtlich in den Jahren 1985, 1990, 1995, 2000 auf der Erde?

2.) Lege eine Tabelle an und zeige: Bei einer Vermehrung um gleiche prozentuale Wachstumsraten gehört zu gleichen Zeitspannen immer eine Vervielfachung mit dem gleichen Faktor.

3.) Wie kann man aus der Wachstumsrate 1,8% (p%) den Wachstumsfaktor für 1 Jahr, für 5 Jahre und für 10 Jahre bestimmen?

Exponentielle Prozesse

Aufgabe 3: Wachstumsrate und Verdopplungszeit

Die Tabelle rechts gibt den jährlichen Zuwachs eines Kapitals bei verschiedenen Anlageformen an. Die Zinsen werden jeweils am Jahresende gutgeschrieben und **mitverzinzt**:

1.) Nach wie vielen Jahren **verdoppelt** sich ein Kapital bei den einzelnen Anlageformen?

2.) Bilde das Produkt aus dem Zinssatz p und der Anzahl d der Jahre in denen sich das Kapital verdoppelt.

Entwickle so eine **Faustregel** zur Bestimmung der Verdopplungszeit.

SPAR-TIPS

**Sparguthaben mit einer
Kündigungsfrist von:**

3 Monaten	3% Zinsen
12 Monaten	5% Zinsen
24 Monaten	6% Zinsen
Sparbrief	7% Zinsen

Aufgabe 4: Exponentielle Abnahme - Zerfall

Radioaktive Stoffe zerfallen verschieden schnell. Man gibt die Zerfallsgeschwindigkeit in **Halbwertszeiten** an. So gibt es zum Beispiel radioaktiven Schwefel mit einer Halbwertszeit von rund 9 Jahren. Das bedeutet:

In 9 Jahren gehen die Masse und die Strahlungsstärke auf die Hälfte zurück.

1.) Lege für den Zerfall von 1 Gramm radioaktivem Schwefel eine Tabelle an und zeichne einen Graphen der Funktion:

Jahre \longrightarrow Masse (in Gramm)

(1 cm der Zeichnung soll 1/10 Gramm entsprechen)

Beschreibe den Zerfallsprozeß. Nach wie vielen Jahren (ungefähr) ist noch 1% des Schwefels übrig?

2.) Wieviel der anfangs vorhandenen Masse ist nach 1 Jahr (3; 5 Jahren) noch vorhanden?
